INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Física Geral e Experimental XX / Física Teórica II

1ª Prova – 1º semestre de 2010 - Prova C

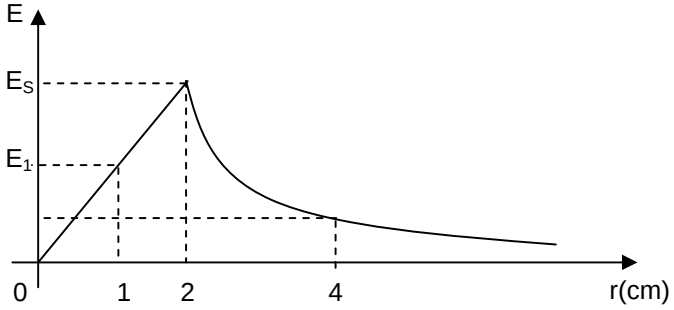
1ª QUESTÃO) (2,5)

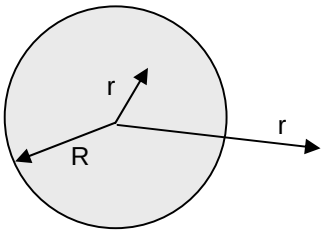
O gráfico abaixo representa o módulo do campo elétrico do lado de dentro e de fora de uma esfera com uma distribuição homogênea de cargas positivas em função da distância ao centro da esfera. No eixo vertical sabemos que Es=6,0x10^5 N/C.

a) (1,0) Use o valor do campo elétrico para r=1cm e calcule a densidade de carga da esfera.

b) (0,5) Qual a carga total na esfera?

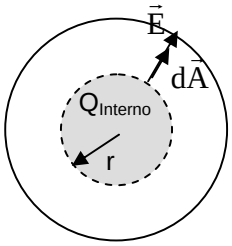
c) (1,0) Calcule, usando a lei de Gauss, a expressão do campo elétrico fora da esfera e seu valor para r=4,0cm.





GABARITO:

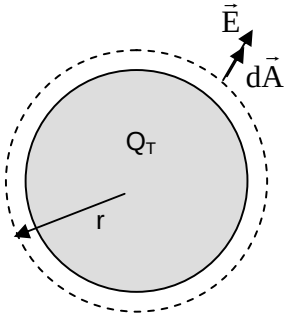
a) Pelo gráfico, a distância r=1cm se encontra na reta entre 0 e 2cm, exatamente na metade da distância, assim: $E_1 = E_S/2 = 3{,}0\text{x}10^5$C. Se a carga esfera está distribuída homogeneamente, por simetria, o campo elétrico é radial e possui o mesmo módulo a uma mesma distância do centro da esfera. Traçando uma gaussiana esférica concêntrica com a esfera carregada, em todos os pontos dela, o campo elétrico será paralelo ao vetor área e terá o mesmo módulo, assim:



$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \oint E.dA = E\oint dA = E4\pi r^2 = \frac{Q_{Interno}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_{Interno}}{r^2}$$

mas $Q_{Interno}$ é a carga dentro da gaussiana, assim $Q_{Interno} = \rho V_{Gaussiana} = \rho\frac{4}{3}\pi r^3$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\rho\frac{4}{3}\pi r^3}{r^2} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}, \text{ para r=1cm} \quad \rho = \frac{E3\varepsilon_0}{r} = \frac{3{,}0.10^5.3.8{,}85.10^{-12}}{0{,}01} = 7{,}9.10^{-4}\,\frac{C}{m^3}$$



b) Se sabemos a densidade de carga $Q_T = V_{Esfera} = 7{,}9.10^{-4}.4.\ .(0{,}02)^3/3 = 2{,}6.10^{-8}$C

c) Usando o mesmo princípio de simetria do item **a**

$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \oint E.dA = E\oint dA = E4\pi r^2 = \frac{Q_{Interno}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_{Interno}}{r^2}$$

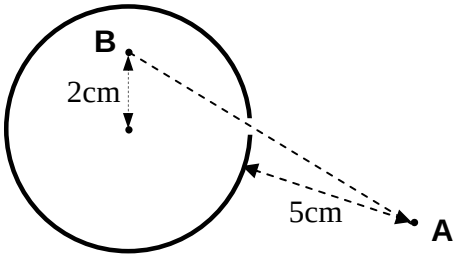
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_T}{r^2} \quad \text{para r=4cm} \qquad E(4\text{cm}) = 8{,}9\text{x}10^9\text{x}2{,}6\text{x}10^{-8}/(0{,}04)^2 = 1{,}4\text{x}10^5 \text{ N/C}$$

2ª QUESTÃO) (2,5)

Considere uma casca esférica isolante de raio r=5cm, a qual está carregada uniformemente com densidade de carga $_E$= 4x10^{-7} C/m^2. Há um pequeno furo na casca, o qual não altera de modo significativo o campo elétrico da mesma.

a) (1,5) Calcule o potencial elétrico nos pontos A e B indicados na figura, tomando V=0 em pontos muito distantes (quando r). JUSTIFIQUE sua resposta.

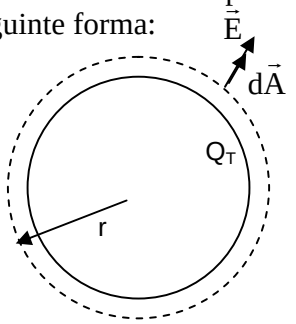
b) (1,0) Um elétron se encontra no ponto A. Quanta energia você gasta (ou ganha) ao levá-lo de A até B pela trajetória indicada (atravessando o furo)?



GABARITO:

a) O potencial elétrico gerado por uma casca esférica carregada pode ser obtida se conhecemos o campo elétrico gerado por ela. Este campo elétrico pode ser calculado usando a lei de Gauss da seguinte forma:

Se a carga esfera está distribuída homogeneamente, por simetria, o campo elétrico é radial e possui o mesmo módulo a uma mesma distância do centro da esfera. Traçando uma gaussiana esférica concêntrica com a esfera carregada, em todos os pontos dela, o campo elétrico será paralelo ao vetor área e terá o mesmo módulo, assim:



$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \oint E.dA = E\oint dA = E4\pi r^2 = \frac{Q_{Interno}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_{Interno}}{r^2}$$, mas para pontos fora da esfera a carga interna é a carga total da casca, assim, $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_T}{r^2}$

A relação entre a diferença de potencial em dois pontos do espaço e o campo elétrico nesta região é $V_B - V_A = -\int \vec{E}.d\vec{r}$. Considerando o potencial no infinito zero para calculando a diferença de potencial entre o infinito e um ponto r qualquer teremos o potencial em r, assim: $V(r) - V_\infty = -\int_\infty^r \vec{E}.d\vec{r} = -\int_\infty^r E.dr = -\int_\infty^r \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_T}{r^2}.dr$

$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_T}{r}$**.** Para o ponto A $V_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma A_{Esfera}}{r} = 8{,}9.10^9\,\frac{4.10^{-7}4.\pi.0{,}05^2}{0{,}1^2} = 1{,}1.10^4\,V$

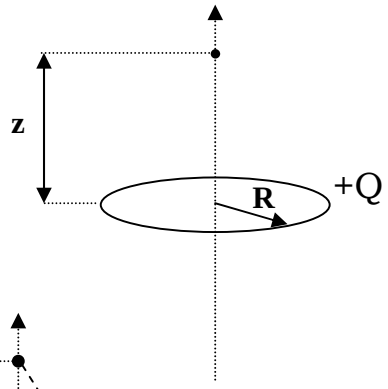
No ponto B o campo elétrico é zero, porque se traçarmos uma gaussiana da mesma forma que fizemos a carga interna será zero, então $V_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma A_{Esfera}}{R} = 8{,}9.10^9\,\frac{4.10^{-7}4.\pi.0{,}05^2}{0{,}05^2} = 4{,}5.10^4\,V$

b) O trabalho de uma força externa para levar uma carga q sob a ação de um campo potencial V é dado por: $W_{A-B}=q(V_B-V_A)$, no nosso caso $W_{A-B} = -e(V_B - V_A) = -1{,}6.10^{-19}(4{,}5.10^4 - 1{,}1.10^4) = -5{,}4.10^{-15}\,J$.

3ª QUESTÃO) (2,5)

Um anel isolante delgado é carregado com uma carga +Q, homogeneamente distribuída, como mostra a figura.

a) (1,0) Determine a expressão para o potencial gerado pelo anel em pontos ao longo de seu eixo de simetria.
b) (1,5) Sabendo o potencial do anel, calcule o campo elétrico ao longo do eixo usando-o para isto.



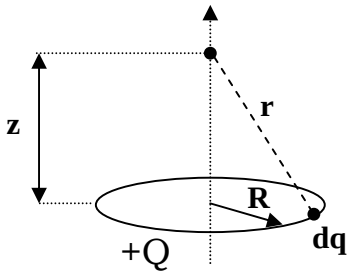
GABARITO:

a) A uma distância z do eixo de simetria do anel, o potencial gerado por uma pequena carga dq do anel é dado por:

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{\sqrt{R^2+z^2}},$$

mas para todos os dqs r é constante, assim:

$$V(z) = \int dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\int dq = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\sqrt{R^2+z^2}}$$

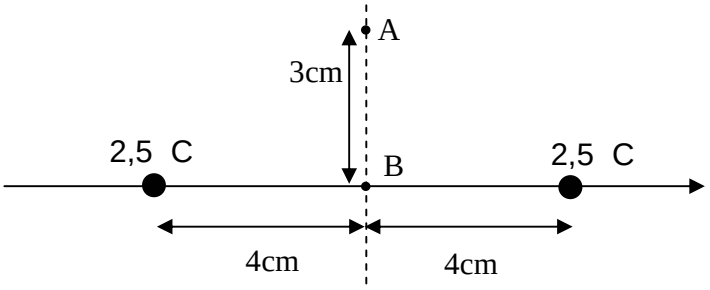


c) Sabemos que o potencial do anel $V_T(z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\sqrt{R^2+z^2}}$. Como este só depende da variável z só teremos a componente z do campo elétrico, e esta será dada por $E_z(z) = -\frac{dV}{dz} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qz}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$

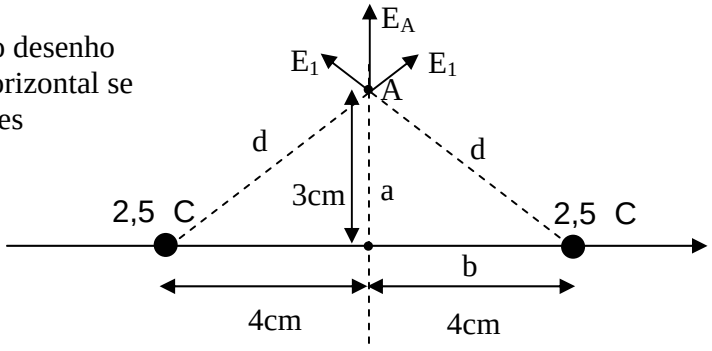
4ª QUESTÃO) (2,5)

Duas cargas de módulo 2,5 C são fixas separadas por uma distância de 8cm, conforme a figura.

a) (1,0) Qual o módulo do campo elétrico nos pontos A e B?
b) (0,8) Qual o valor do potencial nos pontos A e B, considerando o potencial no infinito igual a zero?
c) (0,7) Qual é o trabalho para levar uma terceira carga de módulo 2,0 C do infinito até A e de A até B ?



a) No ponto B o campo elétrico é zero, pois o módulo do campo gerado por cada carga é o mesmo e estão em sentidos opostos.
No ponto A, cada um gera um campo conforme o desenho o campo total será vertical, pois a componente horizontal se anula. O campo será a soma das duas componentes verticais, assim:



$E_A=2E_1\cos \quad 2k\frac{q}{d^2}\frac{a}{d}=2.8{,}9.10^9.2{,}5.10^{-6}.\frac{0{,}03}{\left(0{,}03^2+0{,}04^2\right)^{\frac{3}{2}}} \quad 1{,}1.10^7\ \text{N/C}$

b) O potencial total é a soma do potencial de cada carga pontual, assim:

$V_A=2k\frac{q}{d}=2.8{,}9.10^9\frac{2{,}5.10^{-6}}{0{,}05}=8{,}9.10^5\ \text{V}$

$V_B=2k\frac{q}{b}=2.8{,}9.10^9\frac{2{,}5.10^{-6}}{0{,}04}=1{,}1.10^6\ \text{V}$

c) O trabalho de uma força externa para levar uma carga q sob a ação de um campo potencial V é dado por:

$W_{A-B}=q(V_B-V_A)$. Para levar do infinito até A, referenciando o potencial no infinito como zero, teremos:
$W_A=q\,V_A=2.10^{-6}.8{,}9.10^5=1{,}8\text{J}$.
Para levar de A até B, teremos: $W_{A-B}=q(V_B-V_A)=2.10^{-6}.(1{,}1.10^6-8{,}9.10^5)=4{,}2\text{J}$